

Anlage zu Hinweisen

Mathematische Herleitung der Grenzabstandsmaße für Windenergieanlagen gem. § 5 NBauO vom 03.04.2012

Bei der Grenzabstandsbetrachtung von Windenergieanlagen sind gem. § 5 NBauO alle Punkte der Außenflächen oberhalb der Geländeoberfläche relevant (punktuelle Abstandsbetrachtung). Für die Abstandsforderungen von 0,5 H und 0,25 H gem. § 5 Abs. 2 NBauO ergeben sich unterschiedliche maßgebliche Stellungen der Rotorblätter und damit Punkte, die für die Abstandsbetrachtung zu berücksichtigen sind. In Abhängigkeit von der *Höhe der Nabe über der Geländeoberfläche* (H_N), dem *Rotorradius* (R) und der *Exzentrizität der Rotorebene* (e) ergeben sich für die beiden Fälle (0,5 H und 0,25 H) zwei Radien um die Mastachse der Windenergieanlage, die den einzuhaltenden Abstand von den Grenzen des Baugrundstücks darstellen (s. S. **A 4, Bild 2**).

Ermittlung der maßgeblichen Winkel α_m

Für die Ermittlung der Grenzabstandsmaße sind für die Fälle 0,5 H und 0,25 H hinreichend genau folgende Winkel (s. S. **A4, Bild 1**) maßgeblich:

$$\begin{aligned} \tan \alpha_m &= \text{Gegenkathete} / \text{Ankathete} & \rightarrow \alpha_m &= \arctan (\text{Gegenkathete} / \text{Ankathete}) \\ & & \rightarrow \alpha_m &= \arctan (H / \text{Abstandsfaktor}) \end{aligned}$$

$$\text{Fall 0,5 H:} \quad 1 / 0,5 = \tan \alpha_{0,5H} \quad \rightarrow \alpha_{0,5H} = \arctan 2 = \mathbf{63,435^\circ}$$

$$\text{Fall 0,25 H:} \quad 1 / 0,25 = \tan \alpha_{0,25H} \quad \rightarrow \alpha_{0,25H} = \arctan 4 = \mathbf{75,964^\circ}$$

Die maßgebliche Stellung eines Rotorblattes gegen die Horizontale ergibt sich somit als **Gegenwinkel** für das Abstandsmaß von **0,5 H** von ($90^\circ - 63,435^\circ =$) **26,565°**. Bei einem vorgeschriebenen Abstandsmaß von **0,25 H** ist dagegen eine Rotorblattstellung gegen die Horizontale von ($90^\circ - 75,964^\circ =$) **14,036°** maßgebend.

Ermittlung der maßgeblichen Punkte P_m

Die für die Ermittlung der Grenzabstände maßgeblichen Punkte $P_m(0,5 H)$ und $P_m(0,25 H)$ auf dem durch den Radius R bestimmten Kreis (s. S. **A 4, Bild 1**) ergeben sich zu:

Höhe der maßgeblichen Punkte über der Geländeoberfläche

$$H_P = H_N + h_P = H_N + R \cdot \cos \alpha_m$$

$$\mathbf{H_{P(0,5H)}} = H_N + h_{P(0,5H)} = H_N + R \cdot \cos \alpha_{0,5H} = H_N + R \cdot \cos 63,435^\circ = \mathbf{H_N + R \cdot 0,4472}$$

$$\mathbf{H_{P(0,25H)}} = H_N + h_{P(0,25H)} = H_N + R \cdot \cos \alpha_{0,25H} = H_N + R \cdot \cos 75,964^\circ = \mathbf{H_N + R \cdot 0,2425}$$

Horizontale Entfernung zwischen der Lotrechten der maßgeblichen Punkte und der Nabe

$$A_P = R \cdot \sin \alpha_m$$

$$\mathbf{A_{P(0,5H)}} = R \cdot \sin \alpha_{0,5H} = R \cdot \sin 63,435^\circ = \mathbf{R \cdot 0,8944}$$

$$\mathbf{A_{P(0,25H)}} = R \cdot \sin \alpha_{0,25H} = R \cdot \sin 75,964^\circ = \mathbf{R \cdot 0,9701}$$

Um bei der Grenzabstandsbetrachtung einen Bezug zur Mastachse herstellen zu können, ist die **Exzentrizität e** des Rotors zur Achse des Mastes der Windenergieanlage zu berücksichtigen. Der maßgebliche Punkt P_m hat nach dem Satz von Pythagoras einen horizontalen Abstand a_{MP} zur Mastachse (s. S. **A 4, Bild 2**) von

$$a_{MP} = \sqrt{e^2 + A_P^2} = \sqrt{e^2 + (R \cdot \sin \alpha_m)^2}$$

Ermittlung der Grenzabstände

Der gesuchte Grenzabstand der Mastachse $A_{M(0,5 H)}$ bzw. $A_{M(0,25 H)}$ setzt sich entsprechend **Bild 2** zusammen aus der Strecke a_{MP} und dem Grenzabstand A_{Pm} , den der maßgebende Punkt P_m einzuhalten hat,

$$A_{Pm} = (H_N + h_P) / \tan \alpha_m$$

$$\begin{aligned} A_{Pm(0,5H)} &= (H_N + h_P) / \tan \alpha_{0,5H} = (H_N + h_P) / (1/0,5) = 0,5 \cdot (H_N + h_P) \\ &= 0,5 \cdot (H_N + R \cdot \cos \alpha_{0,5H}) = 0,5 \cdot (H_N + R \cdot \cos 63,435^\circ) \\ &= \mathbf{0,5 \cdot (H_N + R \cdot 0,4472)} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} A_{Pm(0,25H)} &= (H_N + h_P) / \tan \alpha_{0,25H} = (H_N + h_P) / (1/0,25) = 0,25 \cdot (H_N + h_P) \\ &= 0,25 \cdot (H_N + R \cdot \sin \alpha_{0,25H}) = 0,5 \cdot (H_N + R \cdot \sin 75,964^\circ) \\ &= \mathbf{0,25 \cdot (H_N + R \cdot 0,2425)} \end{aligned}$$

Das **Grenzabstandsmaß bezogen auf die Mastachse** der Windenergieanlage A_M ergibt sich somit zu der Gesamtformel $A_M = a_{MP} + A_{Pm}$. Das entspricht:

$$A_M = \sqrt{e^2 + (R \cdot \sin \alpha_m)^2} + \text{Abstandsfaktor } (H_N + R \cdot \cos \alpha_m)$$

Der einzuhaltende Grenzabstand wird ermittelt, wenn in die Formel für das Abstandsmaß 0,5 H α_m mit **63,435°** und für das Abstandsmaß 0,25 H α_m mit **75,964°** eingesetzt werden. Es ergeben sich die Formeln wie folgt:

Beträgt das vorgeschriebene **Grenzabstandsmaß 0,5 H**, so gilt

$$A_{M(0,5 H)} = \sqrt{e^2 + (0,8944 \cdot R)^2} + 0,5 (H_N + R \cdot 0,4472) \quad (a),$$

beträgt das vorgeschriebene **Grenzabstandsmaß 0,25 H**, so gilt

$$A_{M(0,25 H)} = \sqrt{e^2 + (0,9701 \cdot R)^2} + 0,25 (H_N + 0,2425 \cdot R) \quad (b),$$

Beispiele zur Anwendung der Formeln (a) und (b)

Mit den gem. § 5 NBauO (punktuelle Abstandsbetrachtung) für die Grenzabstände von Windenergieanlagen zuvor ermittelten maßgeblichen Punkten und Formeln

$$A_{M(0,5 H)} = \sqrt{e^2 + (0,8944 \cdot R)^2} + 0,5 (H_N + R \cdot 0,4472) \quad (a),$$

und

$$A_{M(0,25 H)} = \sqrt{e^2 + (0,9701 \cdot R)^2} + 0,25 (H_N + 0,2425 \cdot R) \quad (b),$$

zeigen die nachfolgenden Beispiele insbesondere, welche Auswirkungen die unterschiedliche Nabenhöhe H_N und der Rotorradius R in der Anwendung hätten.

	kleinere WEA kleinerer Rotor	mittlere WEA mittlerer Rotor	größere WEA kleinerer Rotor	größere WEA größerer Rotor
H_N [m] =	10	75	140	140
R [m] =	1	20	40	60
e [m] =	0,5	3	4	5
$A_{M(0,5 H)}$ [m]	6,25	60,11	114,94	137,31
$A_{M(0,25 H)}$ [m]	3,65	39,60	76,44	97,06